

## Cartouche du document

Année : ING 1 - Matière : Théorie des langages - Activité : Travail dirigé

## Objectifs

Ce travail dirigé a pour but d'étudier la bijection entre les langages hors-contexte et les automates à pile.

Un langage hors contexte est aussi appelé langage algébrique

Une grammaire hors-contexte (ou algébrique) est un quadruplet  $T, N, S, P$  où :

- $T$  : ensemble des éléments terminaux
- $N$  : ensemble des éléments non terminaux
- $S$  : élément non terminal initial (axiome)
- $P$  : ensemble de règles de la forme :
  - $X \rightarrow a$  où  $a \in T$  et  $X \in N$
  - $X \rightarrow Y$  où  $Y \in (N \cup T)^*$  et  $X \in N$

## Sommaire des exercices

### 1 - Langages algébriques et automates à piles

## Corps des exercices

### 1 - Langages algébriques et automates à piles

#### Énoncé :

Dans ces exercices, nous chercherons à montrer qu'un langage est algébrique en trouvant une grammaire algébrique le représentant. Puis, le langage étant de type 2, nous chercherons un automate à pile pour le représenter.

#### Question 1)

##### Énoncé de la question

Soit l'alphabet  $A = \{a, b\}$  et le langage  $L_1 = \{a^*b\}$ . Ecrire la grammaire de ce langage et montrer que c'est un langage algébrique.

#### Question 2)

##### Énoncé de la question

Trouver un automate à pile pour représenter ce langage.

#### Question 3)

##### Énoncé de la question

Soit l'alphabet  $A = \{a, b\}$  et le langage  $L_2 = \{a^n b^n / n \in \mathbb{N}\}$ . Ecrire la grammaire de ce langage et montrer que c'est un langage algébrique.

#### Question 4)

##### Énoncé de la question

Trouver un automate à pile pour représenter ce langage.

#### Question 5)

**Énoncé de la question**

Soit l'alphabet  $A = \{a, b\}$  et le langage  $L_3 = \{ a^n b^p / n > p \text{ où } (p,n) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \}$ . Ecrire la grammaire de ce langage et montrer que c'est un langage algébrique.

**Question 6)****Énoncé de la question**

Trouver un automate à pile pour représenter ce langage.

**Question 7)****Énoncé de la question**

Soit l'alphabet  $A = \{a, b\}$  et le langage  $L_4 = \{ a^n b^p / n \neq p \text{ où } (p,n) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \}$ . Ecrire la grammaire de ce langage et montrer que c'est un langage algébrique.

**Question 8)****Énoncé de la question**

Trouver un automate à pile pour représenter ce langage.

**Question 9)****Énoncé de la question**

Soit l'alphabet  $A = \{a, b, c, d\}$  et le langage  $L_5 = \{ a^n b^* c^n d^* / n \in \mathbb{N} \} \cup \{ a^* b^n c^* d^n / n \in \mathbb{N} \}$ . Ecrire la grammaire de ce langage et montrer que c'est un langage algébrique.

**Question 10)****Énoncé de la question**

Trouver un automate à pile pour représenter ce langage.

**Question 11)****Énoncé de la question**

Soit l'alphabet  $A = \{a, b, c\}$  et le langage  $L_6 = \{ a^n b^p c^q / n, q \geq 0, p \geq (n+q) \}$ . Ecrire la grammaire de ce langage et montrer que c'est un langage algébrique.

**Question 12)****Énoncé de la question**

Trouver un automate à pile pour représenter ce langage.

**Question 13)****Énoncé de la question**

Soit l'alphabet  $A = \{a, b\}$  et le langage  $L_7 = \{ a^n b^p / n \neq p+2 \}$ . Ecrire la grammaire de ce langage et montrer que c'est un langage algébrique.

**Question 14)****Énoncé de la question**

Trouver un automate à pile pour représenter ce langage.

**Question 15)**

### Énoncé de la question

Soit l'alphabet  $A = \{a, b\}$  et le langage  $L_8 = \{ a^n b^p / n \geq 0 \text{ et } n \leq p \leq 2n \}$ . Ecrire la grammaire de ce langage et montrer que c'est un langage algébrique.

### Question 16)

#### Énoncé de la question

Trouver un automate à pile pour représenter ce langage.